

Задаци за вежбу 92

1. Измерити специфичну тежину дате течности.
2. Измерити специфичну тежину раствора кухињске соли у води и према њој одредити проценат соли у раствору, а према вредностима датим у таблица на крају књиге.

ОДРЕЂИВАЊЕ УБРЗАЊА ЗЕМЉИНЕ ТЕЖЕ

§ 29. ОДРЕЂИВАЊЕ УБРЗАЊА ЗЕМЉИНЕ ТЕЖЕ МАТЕМАТИЧКИМ КЛАТНОМ

Убрзање Земљине теже g математичким клатном може да се одреди коришћењем апроксимативног обрасца за његов период осциловања (Физика I, § 76а образац 76, 4)

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \quad (29,1)$$

$$g = 4\pi^2 \frac{l}{T^2} \quad (29,2)$$

одакле је

где дужину клатна l и период осциловања T налазимо директним мерењем.

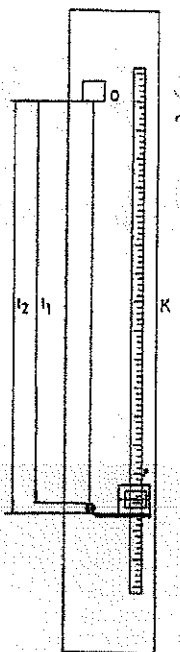
Апаратура. Куглица од олова или месинга, обешена је о танак конач, чији је други крај пребачен преко оштрице O ради тачнијег одређивања положаја тачке вешања (сл. 29-1).

Метод мерења. Изабере се једна дужина клатна (обично од 0,5—1 m) и измери. Дужина клатна l представља растојање између тачке вешања и центра куглице. Ради одређивања дужине клатна врше се два мерења. Најпре се измери катетометром K дужина l_1 од тачке вешања, односно од оштрице до горње тангенцијалне површине куглице а затим l_2 од оштрице до доње тангенцијалне површине куглице. Аритметичка средина ових два мерења ће нам дати тачну дужину клатна, односно

$$l = \frac{l_1 + l_2}{2}$$

Мерење периода T врши се помоћу хронометра. Клатно се изведе мало из равнотежног положаја и пусти да осцилује тако да амплитуде буду мале, највише 1 cm.

Иза клатна се налази вертикалан зарез и када се клатно посматра једним оком спреда, конач клатна које осцилује прелази преко овог зареза. Хронометар се пусти у рад, у моменту када конач пређе преко зареза и отпочне бројање пуних осцилација. Када се тако одброји већи број осцилација (30—50),



Сл. 29-1

хронометар се заустави у моменту кад конач у истом смеру пређе преко зареза. Ако смо одбројали n осцилација и нека је укупно хронометром измерено време τ , онда период клатна добијамо из односа

$$T = \frac{\tau}{n}$$

Период осциловања T се не мери из једне осцилације пошто би релативна грешка при мерењу била велика. При одређивању момента пролаза конача преко зареза и пуштању хронометра у рад јавља се и код вештог посматрача грешка од око $\pm 0,2$ s. Међутим, ова грешка остаје иста и када се мери већи број осцилација, али се у том случају расподељује на n избројаних осцилација, те ће у односу на T бити и пута мања. Уколико је n веће утолико је добијена вредност за T тачнија. Зато се за тачнија мерења броји и до 200 осцилација.

Исти поступак се сада понови за неколико других дужина клатна. Препоручује се да се још пре почетка мерења начин следећа таблица 29-1, како би се добивене вредности ставиле одмах у одговарајуће рубрике, а затим рачуном попуниле и остале.

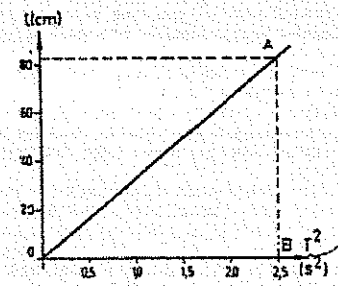
Таблица 29-1

1	2	3	4	5	6	7	8
Редни број мерења	l_1 (cm)	l_2 (cm)	$l = \frac{l_1 + l_2}{2}$ (cm)	τ (s)	n	$T = \tau/n$ (s)	T^2 (s ²)

За налажење средње вредности односа $\frac{l}{T^2}$ послужићемо се следећим

графиком. Нанесимо величине T^2 на апсцису а вредност l на ординату координатног система (сл. 29-2). Добивене тачке на графикону треба да стоје на једној правој линији јер су, према обрасцу, дужине математичког клатна пропорционалне квадрату трајања једне осцилације. Зато се на графикону повлачи права линија кроз добивене тачке. Услед грешке при мерењу све тачке не могу лежати на правој, већ се јављају већа или мања одступања. Зато се права повлачи тако да ова одступања буду минимална. Повуцимо сада ординату AB на десном крају графикона, тј. тамо где су ординате највеће. Онда је $AB/OB = l/T^2$ а убрзање g добијамо из

$$g = \frac{4\pi^2 l}{T^2} = 4\pi^2 \frac{AB}{OB} \text{ cm/s}^2$$



Сл. 29-2

Овде AB и OB не треба схватити као обичне дужине већ као величине које те дужине представљају у изабраним размерама на одговарајућим осама. Изабране размере за поједине осе графикана треба тако изабрати да максималне измерене величине l и T^2 леже близу крајева оса графикана при чему осе графикана по својој дужини не треба да буду много различите међусобно. Тако изабране размере се наносе на одговарајуће осе графикана односно на осам графикана се назначе одговарајуће скале. Тада се величине AB и OB читају на тим скалама у одговарајућим јединицама које су на скалама, односно на осам означене.

Грешка мерења. Овде је величина T у обрасцу (27,2) са експонентом 2. За оцењивање максималне грешке треба поћи од општег обрасца δ, H . Пољовице је да се најпре израчуна максимална релативна грешка

$$\frac{\Delta g}{g} = \frac{\Delta l}{l} + 2 \frac{\Delta T}{T} \quad (29,3)$$

где су Δl и ΔT апсолутне грешке са којима су измерене величине l и T . Апсолутна максимална грешка Δg за убрзање g се добија множењем релативне грешке са g . Ако су релативне грешке $\frac{\Delta l}{l}$ и $\frac{\Delta T}{T}$ приближно исте онда

се из (29,3) види да $\frac{\Delta T}{T}$ улази са фактором 2 тј. има већи утицај на грешку

$\frac{\Delta g}{g}$ па се за приближне процене $\frac{\Delta l}{l}$ може и занемарити нарочито ако је

$\frac{\Delta l}{l} < \frac{\Delta T}{T}$. Пошто се овде ради о проверавању величине g за коју распо-

лажемо вредностима које су одређене са великом тачношћу (за наше географске ширине $g_T = 980,80 \text{ cm/s}^2$), можемо ову вредност сматрати за тачну и према њој одредити $\Delta g = g - g_T$.

Напомена

1. Убрзање g је добијено из обрасца за математичко клатно. За мерење је, међутим, употребљено клатно које је само приближно математичком клатно, те је и добијени резултат приближан. Одступања се јављају углавном из следећих разлога:

1. Куглица није материјална тачка већ тело коначних димензија.
2. Конац о који је обешена куглица има своју масу, противно дефиницији математичког клатна.
3. Конац је еластичан и мења своју дужину јер се мења и сила са којом је конац затегнут при осциловању.
4. Ваздух у коме клатно осцилује утиче на кретање клатна. На куглицу делује потисак ваздуха, а извесна количина ваздуха осцилује заједно са куглицом.
5. Образац важи за веома мале амплитуде осциловања, док при мерењу имамо коначне амплитуде.
- II. При мерењу треба pazити да се не јаве елиптичне осцилације клатна. Ако се оне примете, треба клатно зауставити и поново изазвати осцилације.

III. Код клатна је период осциловања практички независан од амплитуде, под условом да су оне мале. За веће амплитуде период постаје краћи. Практично се период мења кад је угао за који се клатно изведе из равнотежног положаја већи од 5° . Период осциловања је исто тако независан од масе. Све ове чињенице се могу лако проверити, те је корисно да се и ова проверавања изврше.

ЕЛАСТИЧНОСТ

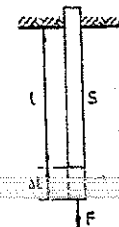
§ 30. ОДРЕЂИВАЊЕ (YOUNGOVOG) МОДУЛА ЕЛАСТИЧНОСТИ ЗА МАТЕРИЈАЛ ЈЕДНЕ ЖИЦЕ

Са основним појмовима теорије еластичности упознати се из *Физике I*, § 60, 61 и 65.

Под дејством сила свако тело мења свој облик у извесној мери. Еластична тела се по престанку дејства сила враћају у свој првобитни облик. Само када напрезање тела, услед дејства силе, пређе извесну границу, еластична тела остају трајно деформисана. Ова граница зове се граница еластичности. Величина деформације, коју у границама еластичности изазива одређена сила, је под извесним околностима константна за дати еластични материјал. На основу овога су уведене извесне константе еластичности, помоћу којих се деформације тела могу законима изражавати, анализирати или израчунавати. Услед различитих димензија и облика тела, подесније је да се при овоме не оперише са укупним силама, које изазивају еластичну деформацију, већ са наповом који представља силу на јединицу површине пресека тела. Из истих разлога уведен је појам релативне деформације тела, тј. односа из апсолутне деформације и димензије тела. При еластичној деформацији, тела могу бити напрегнута на различите начине, међу којима је истезање најједноставније.

Најпростији случај оваког напрезања представљен је на сл. 30-1. Један штап или жица од еластичног материјала има константну површину S попречног пресека. Штап је на једном крају учвршћен, а на другом је оптерећен силом F , која делује у правцу осе штапа и врши истезање истог. Правац силе F је у овом случају управан на попречни пресек S штапа те се у њему јавља нормални напон

$$\sigma = \frac{F}{S}$$



Сл. 30-1

Штап је имао првобитну дужину l , али се под дејством силе F његова дужина повећала за Δl што представља апсолутно истезање штапа. Однос $\Delta l/l$ даје релативно истезање δ штапа тј. $\Delta l/l = \delta$. Према *Hookеовом* закону је релативно истезање сразмерно напону односно

$$\delta = e \sigma$$

Коефицијент пропорционалности e се у овом случају зове коефицијент еластичности. Према горњем закону је коефицијент e бројно једнак дужини за коју се истегне штап дужине $l \text{ m}$ и попречног пресека 1 m^2 када се оптерети силом од 1 N . У пракси је подесније да се овај закон изрази у облику: $\sigma = 1/e \delta$. Уобичајено је да се реципрочна вредност од e означава са E , тј. $1/e = E$, те се *Hookеов* закон обично даје у облику

$$\sigma = E \delta \quad (30,1)$$

Коефицијент E , се у овом случају зове модул еластичности или *Young-ов* модул. Овај закон важи до тзв. границе пропорционалности која се налази нешто испред границе еластичности.

Када се елонгација ψ_1 упадног таласа (40,1) сабере са елонгацијом одбијеног таласа ψ_2 који има сличан израз као и једначина (40,1) добија се израз (40,2) за стојећи талас са резултујућом елонгацијом

$$\psi_r = \psi_1 + \psi_2 = 2\psi_0 \cos 2\pi \frac{x}{\lambda} \sin 2\pi \frac{t}{T} \quad (40,2)$$

Израз $2\psi_0 \cos 2\pi \frac{x}{\lambda}$ може се сматрати као амплитуда синусног таласа па се из израза (37,2) види да се амплитуде мењају дуж правца таласа x од вредности 0 до $2\psi_0$. На местима где је $2\psi_0 \cos 2\pi \frac{x}{\lambda} = 0$ налазе се чворови таласа а тамо где су амплитуде $2\psi_0 \cos 2\pi \frac{x}{\lambda} = 2\psi_0$ јавиће се максималне амплитуде односно трбуси стојећих таласа. Види се и то да се оваква места периодично понављају на растојањима $\frac{\lambda}{2}$.

Пошто у пракси штап или ваздушни стуб у цеви мора имати и други крај, онда се талас после одбијања од једног краја штапа одбија и од другог његовог краја. После другог одбијања талас добије исти правац и смер као и првобитни талас али при том, у општем случају, нема исту фазу са њим. Талас се на овај начин одбија више пута од крајева штапа или ваздушног стуба. При том се и поменута интерференција понавља више пута са уопште узевши различитим фазама па се по правилима интерференције час међусобно слабе а час појачавају тако да се не може образовати правилни стојећи талас у већем интензитету. Но у специјалном случају када талас после другог одбијања падне у фазу са првобитним таласом настаје само појачавање таласа при њиховој интерференцији. Тада стојећи талас добија изразити облик и велике амплитуде а такав случај се назива резонанцијом. Штап или ваздушни стуб у цеви ограничене дужине се зато некад назива и резонатором. Ако се на таквом резонатору помоћу неке спољне периодичне силе изазивају принудне осцилације, онда ће се у њему образовати стојећи таласи који у општем случају, због поменутих сложених процеса интерференције, неће бити јаче изражени. Но када наступи описани специјални случај да талас после два одбијања пада у фазу са првобитним таласом јавиће се изразити стојећи талас са великим амплитудама што одговара процесу резонанције па отуда и потиче назив резонанције односно резонатора.

И резоновањем се може закључити да ће се овакав специјалан случај резонанције јавити онда када је дужина резонатора једнака целом броју половине таласне дужине стојећег таласа, односно прогресивног таласа. Ако дужину резонатора означимо са l важиће

$$l = n \frac{\lambda}{2} = n \frac{c}{2\nu} \quad (40,3)$$

где је $n=1, 2, 3, \dots$, c брзина простирања таласа и ν фреквенција таласа. Пошто је n било који цео број онда се може на једном резонатору јавити више случајева резонанције. Из израза (40,3) види се и то да услови резонанције зависе и од брзине простирања таласа. У најпростијем случају када

III. ОСЦИЛАЦИЈЕ И ЗВУК

§ 40. ОДРЕЂИВАЊЕ БРЗИНЕ ЗВУКА ПОМОЋУ KUNDTOVE ЦЕВИ

Када се два таласа исте таласне дужине простиру истим правцима али супротним смеровима јавља се посебан случај интерференције и као резултат овакве суперпозиције образује се **стојећи талас**. Трбух стојећег таласа је место где се осцилације таква два таласа максимално појачавају и дају максималне амплитуде стојећег таласа. Место где се два таласа међусобно максимално компензују назива се **чвор** стојећег таласа. У идеалном случају у чвору стојећег таласа нема резултујућих осцилација. Дуж правца простирања стојећег таласа се наизменично ређају чворови и трбуси на сталном међусобном растојању од половине таласне дужине. Места где се налазе чворови и трбуси стојећег таласа остају на истом месту, односно не мењају свој положај у простору па се зато оваква суперпозиција назива **стојећи талас**, за разлику од обичног таласа који се у овом случају назива и прогресивни талас код кога се фаза осцилације креће у простору брзином c . У пракси се стојећи талас најлакше добива кад се талас одбија од неке препреке тако да се одбијени талас креће истим правцем као и упадни талас али супротним смером.

Најпростији облик таласа је линеарни талас који се простира дуж једне линије. Практично се линеарним таласом може сматрати и талас који се креће дуж неке жице, штапа или ваздушног стуба чија је дебљина мала у односу на дужину. Овде ћемо се ограничити на такав линеарни стојећи талас који се јавља на металном штапу и ваздушном стубу у једној цеви.

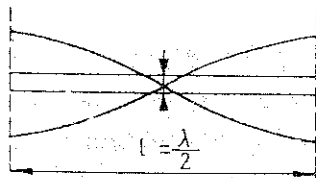
За линеарни талас важи релација

$$\psi = \psi_0 \sin(\omega t - \varphi) = \psi_0 \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) \quad (40,1)$$

где су: ψ - елонгација, ψ_0 - амплитуда, ω - кружна фреквенција, φ - фазни угао, T - период, λ - таласна дужина и x - удаљење од почетне тачке таласа. Кад се овакав талас одбије од краја штапа, он се враћа назад дуж истог штапа, а при оваквом одбијању од ређе средине фаза таласа се не мења. Ако се упадни талас у ваздушном стубу у некој цеви одбије од краја цеви који је затворен, настаје такође стојећи талас са том разликом што се сада одбијање врши од гушће средине па се врши промена фазе за π , односно 180° .

је $n = 1$ биће $l = \frac{\lambda}{2}$. За штап од чврстог тела је на сл. 40-1 показан његов

начин осциловања и учвршћења. Стојећи талас на њему је означен савршеним линијама. Види се да су трбуси стојећег таласа на његовим слободним крајевима, а сам штап је учвршћен у средини, односно у чвору стојећег таласа јер би иначе учвршћење ометало осцилацију. Треба напоменути да су синусне линије на слици само графикон стојећег таласа. Штап осцилује лонгитудинално и графикон се добива кад се амплитуде осцилација нанесу управно на осу штапа.



Сл. 40-1

У нашем случају Kundtove цеви, фреквенције таласа падају у интервал фреквенције звука па се, значи, на њој посматрају и одређују величине у акустици. Брзина простирања c лонгитудиналних звучних таласа у чврстим телима је дата изразом

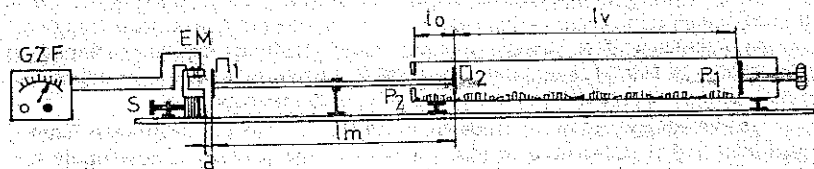
$$c = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad (40,4)$$

где је E - модул еластичности (Youngov модул), а ρ густина чврстог тела. Како при резонанцији мора бити испуњен услов (37,3) онда за дужину l резонатора важи

$$l = n \frac{c}{v} = n \frac{1}{2v} \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad (40,5)$$

У овом изразу су дате релације међу величинама l , c , v , E и ρ које корисно служе за одређивање брзине звука, модула еластичности и густине тела. Ове релације ће нам послужити за одређивање брзине звука помоћу Kundt-ове цеви.

Апаратура, нешто модификована класична Kundtova цев, је представљена на сл. 40-2. Метални штап учвршћен у средини представља резонатор



Сл. 40-2

који осцилује као на сл. 40-1. На његовим крајевима се налазе лаке металне плочице. Један крај штапа улази у стаклену цев на чијем се другом крају налази чеп који се може померати и тиме подешавати дужина ваздушнoг стуба у цеви између плочице и чепа. У цеви се налази нешто лаког праха од плуте који је распоређен дуж целе цеви. Прах служи да стојећи талас који се образује у ваздушном стубу унутар цеви начини видљивим. На малом растојању од гвоздене плочице на левом крају металног штапа, постављен је мали елек-

ромагнет ЕМ који се напаја из генератора звучних фреквенција GZF и служи за изазивање принудних осцилација, односно стојећег таласа на штапу. Генератор GZF даје наизменичну струју, односно електричне осцилације чија се фреквенција може по жељи подешавати. Електричне осцилације одлазе у мали електромагнет и изазивају периодичну магнетску силу која се преноси на гвоздену плочицу и даље на штап. Пошто магнетска сила електромагнета има увек исти смер, односно то је увек привлачна сила без обзира на смер струје која кроз њега протиче, за време једног периода наизменичне струје ова се два пута пење на максимум и опада до нуле, а при томе и магнетска сила два пута расте до максимума и опада до нуле. Због тога је фреквенција магнетске силе два пута већа од фреквенције коју даје генератор. Леви крај стаклене цеви је већим делом затворен плочицом P_2 на извесном растојању од плочице P_1 . Ово је учињено због побољшања ефекта односно смањења губитака енергије таласа која пролази око плочице P_2 која не затвара потпуно отвор цеви.

Поступак при мерењу. Прах од плуте треба да буде равномерно распоређен дуж цеви тако да исти формира равномерну узану траку. Ово се постиже лаганим ударањем прстом по цеви услед чега се прах концентрише дуж доњих најнижих места у цеви. Ако је потребно може се десни чеп цеви извадити и дужим штапићем прах равномерније распоредити, а затим опет чеп вратити на своје место. Пустити се у рад генератор звучних фреквенција и остави 1—2 минута да се његов рад стабилизује. Лаганим окретањем дугмета са казаљком подеси се резонанција што се испољава великим повећањем интензитета пискавог тона кога производи штап кад наступи резонанција. Финим подешавањем око места резонанције генератор се остави на месту где је тон најјачи. Ако тон није довољно јак може се извршити подешавање растојања d између плочице и електромагнета тако да се добије најјачи тон. Ово растојање d треба да је што мање али плочица при осциловању не сме да додирује електромагнет што се примећује појавом кварења чистог тона.

Пошто сада плочица која се налази на крају штапа у цеви осцилује интензивно дуж осе штапа и цеви, то она изазива принудну осцилацију ваздушнoг стуба у цеви односно образује се стојећи талас у њему. Сада се померањем чепа P_1 подеси резонанција у ваздушном стубу што се познаје по осциловању праха у цеви и формирању гзв. Kundtovih фигура. На местима где се налазе чворови стојећег таласа прах ће остати на свом месту јер у чворовима нема осцилације ваздуха. На местима где се налазе трбуси таласа прах ће бити разбациван услед интензивне осцилације ваздуха. Тако ће се формирати карактеристичне Kundt-ове фигуре дуж цеви. Ако фигуре нису довољно формиране може се цев окренути за мали угао око њене осе и добити бољи резултат.

Сада треба искључити генератор и приступити мерењу дужине штапа и растојања Kundtovih фигура. Растојање међу два суседна чвора или трбуха је половина таласне дужине λ , стојећег таласа у ваздуху. Ово мерење треба вршити тако што се измери укупна дужина више Kundtovih фигура и подели са бројем обухваћених фигура. Дужина металног штапа l је једнака половини таласне дужине l_m стојећег таласа у њему. Треба напоменути да штап може да резонира и при двоструко већој фреквенцији када је $n=2$. Но опсег фреквенција генератора звучних фреквенција је тако подешен да до овога не може да дође.

Фреквенција стојећег таласа штапа $v = 2v_g$ преноси се на ваздушни стуб у цеви. Према томе фреквенције стојећег таласа на штапу и у ваздушном стубу су међусобно једнаке. Према општој релацији за таласе, фреквенција

$$v = \frac{c_m}{\lambda}. \text{ За метални штап ће важити}$$

$$v = \frac{c_m}{\lambda_m} \quad (40,6)$$

где је c_m брзина звука у металу од кога је направљен штап, а λ_m таласна дужина стојећег таласа у штапу. За ваздушни стуб у цеви важиће на исти начин

$$v = \frac{c_v}{\lambda_v} \quad (40,7)$$

где је c_v брзина звука у ваздуху и λ_v таласна дужина стојећег таласа у ваздушном стубу у цеви. Изједначавањем израза (40,6) и (40,7) добива се

$$\frac{c_m}{\lambda_m} = \frac{c_v}{\lambda_v} \quad (40,8)$$

Из овог израза се може израчунати брзина звука c_m у металу од кога је начињен штап ако је позната брзина звука c_v у ваздуху или обратно.

Брзина звука у ваздуху се може израчунати из $c_v = \sqrt{\frac{\rho_v \kappa}{\rho_v}}$, где је ρ_v притисак ваздуха, ρ_v његова густина а $\kappa = \frac{c_p}{c_v}$ однос специфичних топлота ваздуха при сталном притиску и сталној запремини. Брзина звука у зависности од температуре при нормалном атмосферском притиску дата је изразом $c_v = c_0 \sqrt{\frac{T}{T_0}}$. Пошто су промене атмосферског притиска релативно мале може се користити и апроксимативни практични образац $c_v = (331 + 0,59 t)^\circ\text{C}$ при чему се брзина c_v добива у м/с.

Када се на овај начин одреди c_m може се помоћу релације (40,4) одредити и модул еластичности метала од кога је начињен штап

$$E = \rho c_m^2 \quad (40,9)$$

§ 41. МЕРЕЊЕ БРЗИНЕ ЗВУКА ПОМОЋУ QUINCKEOVE ЦЕВИ

Quinckeova цев служи за једноставно посматрање ефеката интерференције звучних таласа у гасовима (Физика I § 118). На сл. 41-1 представљена је Quinckeova цев. Она се састоји из две U-цеве које се могу увлачити и извлачити тако да се дужина s_2 горњег крака шупљине цеви може мењати а да притом дужина s_1 доњег крака цеви остаје стална. Кад се звучни извор сталне фреквенције стави испред улаза у цев, онда ће се звучни талас делити у тачки А на

две гране у којима звук прелази путеве s_1 и s_2 да би се опет спојиле у тачки В, односно излазу из Quinckeove цеви. У тачки В постоје услови за интерференцију звучних таласа тако да ако је разлика путева $s_2 - s_1$ једнака целом броју таласних дужина λ јавља се појачање таласа, а максимално слабљење за случај кад је $s_2 - s_1$ једнако непарном броју половине таласних дужина. Ако звучни талас има стални интензитет у тачки А онда ће се, при увлачењу или извлачењу горњег дела цеви, у тачки В наизменично јављати појачање и слабљење звука. Може се лако закључити да ће се, међу два узастопна максимална појачања или слабљења звука у тачки В, разлика дужина путева $s_2 - s_1$ мењати за једну таласну дужину λ . При томе се горњи део цеви помери у односу на доњи за $\lambda/2$. На овај начин се једноставно може измерити таласна дужина λ звука.

Између фреквенције v звука, таласне дужине λ и брзине звука c важиће позната релација

$$c = v \cdot \lambda \quad (41,1)$$

Значи да се одређивањем таласне дужине звука λ са познатом фреквенцијом звука v може одредити брзина звука у ваздуху c , што ће бити циљ у овој вежби.

Ако звучни талас пропустимо кроз ваздух који се налази у једној ужој цеви константног пресека можемо га третирати приближно као линијски лонгитудинални синусни талас (Физика I § 101). При овоме занемарујемо утицај зидова цеви на кретање таласа и губитке енергије таласа на околину и трење. Тада талас можемо представити једноставним изразом

$$\psi = \psi_0 \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{s}{\lambda} \right) \quad (41,2)$$

где су: ψ — елонгација

ψ_0 — амплитуда,

t — време,

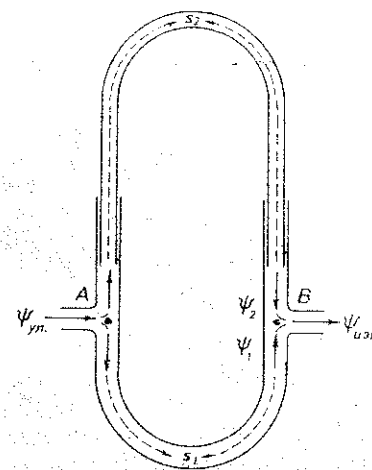
T — период осцилације,

s — пут који прелази фаза таласа,

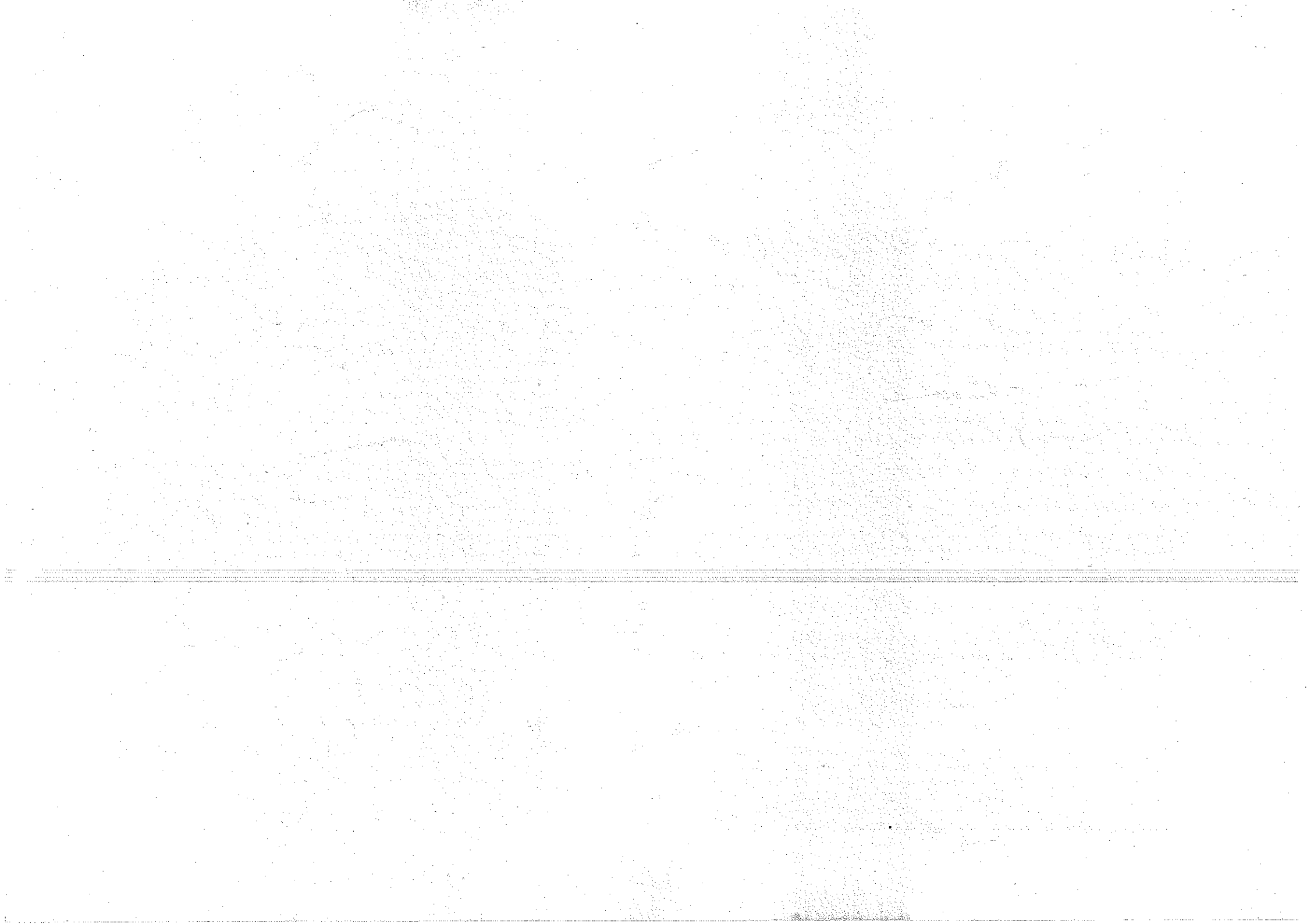
λ — таласна дужина.

На основу овог израза представимо сада таласе у гранама Quinckeove цеви међу тачкама А и В (сл. 41-1). При том ћемо сматрати да се талас дели у две гране Quinckeove цеви на једнаке делове и занемарити сложене процесе при дељењу таласа као и при њиховом поновном спајању. Тада ће важити, почев од тачке А, за доњу грану таласа у тачки В

$$\psi_1 = \psi_0 \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{s_1}{\lambda} \right) \quad (41,3)$$



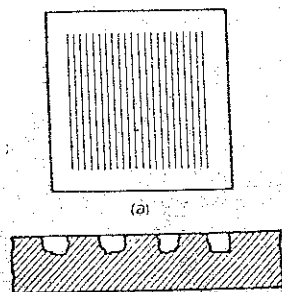
Сл. 41-1



ФИЗИЧКА ОПТИКА

§ 70. ОПТИЧКА РЕШЕТКА

Оптичка решетка је уређај помоћу кога се могу подесно добити изразити ефекти дифракције светлости (в. *Физика II* § 226). Она садржи много врло узаних прорева поређаних на врло малим подједнаким растојањима. Оптичка решетка се обично гради на стакленој плочици на којој се урезају танки паралелни зарези (сл. 70-1а). Наношење зареза се врши прецизном делитељном машином која омогућује израду решетке са врло великим бројем финих и правилно распоређених зареза. На овај начин се могу начинити решетке које садрже до 2000 зареза на 1 cm. На местима где је начињен зарез светлост не пролази кроз решетку већ се дифузно растура на све стране док између зареза, где је стакло задржало глатке површине, светлост може да прође (сл. 70-1б). Према томе места између зареза служе као узани отвори. Оптичке решетке се на сличан начин могу градити и на површинама које рефлектују светлост а могу се пренети и на фотографску плочу.



Сл. 70-1

Према овоме се оптичке решетке могу поделити на трансмисионе и рефлексионе. Код првих светлост пролази кроз решетку а код других се рефлектује. Друга врста рефлексионих решетки су повољније у пракси јер се приликом проласка светлости код трансмисионих решетки јављају и друге нежељене појаве, као преламане светлости, парцијална рефлексија и сл. Иначе, код обе врсте решетки њихово дифракционо дејство је слично и третира се истим обрасцима.

Паралелни сноп светлосних зрака после проласка кроз оптичку решетку продужује као паралелни сноп, али само у правцима који задовољавају образац.

$$\sin \theta_z = \frac{z\lambda}{d} \quad (70,1)$$

где је θ — угао за који скреће светлосни сноп после проласка кроз решетку, $z=0, 1, 2, 3, \dots$, λ — таласна дужина светлости, док је овде d — корак решетке односно растојање међу линијама на решетки. Према условима дифракције на оптичкој решетки, највећи интензитет има директни зрак тј. онај који продужује истим правцем ($z=0$). Затим се са обе стране овог зрака ређају зраци првог реда ($z=1$), другог реда ($z=2$), трећег реда ($z=3$), итд. Уколико је ред дифрактованог зрака већи утолико је угао скретања θ већи а његов интензитет мањи, (в. *Физика II* § 226).

§ 71. ОДРЕЂИВАЊЕ ТАЛАСНЕ ДУЖИНЕ ПОМОЋУ ОПТИЧКЕ РЕШЕТКЕ FRESNELOVOM ДИФРАКЦИЈОМ

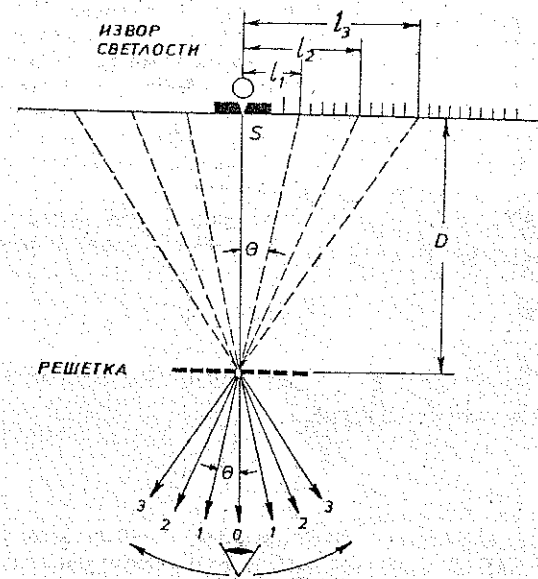
У претходном параграфу речено је да се таласна дужина светлости може лако одредити помоћу оптичке решетке на основу једноставне релације за угао скретања θ паралелног снопа светлости на оптичкој решетки, а та релација је

лација је

$$\sin \theta_z = \frac{z\lambda}{d} \quad (71,1)$$

гд је $z=0, 1, 2, 3, \dots$, λ таласна дужина и d корак решетке.

На сл. 71-1 шематски је представљен упрошћен уређај за мерење таласних дужина светлости оптичком решетком. Испред монохроматског извора светлости постављен је вертикални процеп S (разрез) кроз који пролази узани тракасти сноп светлости а овај се може сматрати приближно паралелним снопом светлих зракова. У равни прорева постављена је подесно осветљена вертикална скала. Испред прорева и скале, на растојању D постављена је у вертикалној



Сл. 71-1

равни, управно на тракасти сноп светлости, трансмисиона (прозрачна) оптичка решетка. Тракасти сноп светлости пада управно на оптичку решетку и после проласка кроз њу скреће симетрично у оба смера под угловима θ који одговарају разним вредностима за z у обрасцу 71-1. Тако се образују тракасти снопови светлости θ -ог, 1, 2, 3, ... z -ог реда. На слици су означени зраци 0-ог, 1, 2, и 3, реда симетрично са обе стране. Посматрач се налази испред решетки и гледа у сусрет зрацима а може да усмери свој поглед у сусрет сваком зраку светлости. Ако посматрач гледа насупрот директном зраку ($z=0$), као што је на слици назначено, он ће видети светли процеп S. Кад посматрач усмери поглед насупрот неком другом скренутом зраку он ће процеп видети на другом месту на неком удаљењу од прорева. Ово ће, према томе, бити виртуелан лик прорева јер се налази у продужењу правца зрака који се посматра.

Пошто се у равни заклона са прорезом S налази и скала онда ће посматрач видети овај виртуелни лик на некој подели скале, па ће моћи да прочита удаљење l лика од прореза.

Ако би се на неком удаљењу од решетке, на месту где се налази посматрач, поставио неки заклон, односно папир онда би се на њему образовало више реалних ликова зареза, за свако z по два лика симетрично са обе стране директног лика. Ови ликови се образују због дифракције светлог зрака при проласку кроз оптичку решетку. Због тога се ови ликови називају дифракциони ликови. Кад се папир склони и постави око посматрача онда ће посматрач видети виртуелне ликове односно светле линије на скали. Уколико је лик даљи од централног зрака његов интензитет је мањи јер су овде у питању законитости појава дифракције светлости (Физика II § 219 до 226).

Треба напоменути да се овде ради о Fresnelовој дифракцији јер светлосни зраци после проласка кроз зазор нису паралелни већ мање или више дивергентни. Знатно бољи ефекти дифракције на оптичкој решетки постижу се са паралелним зрацима (Fraunhoferova дифракција). Зато се у пракси за овакве случајеве увек користи Fraunhoferova дифракција што је описано у следећим параграфима. Овде је, међутим, ради једноставности апаратуре и прегледности поступка примењена Fresnelova дифракција иако ова даје знатно мању прецизност мерења и теже видљиве светлосне ефекте.

Кад се на описани начин одреди растојање l лика од зареза онда се помоћу одабраног растојања D може одредити угао θ према релацији

$$\sin \theta = \frac{l}{\sqrt{D^2 + l^2}} \quad (71,2)$$

Заменом ове вредности за $\sin \theta$ у једначини (71,1) добија се израз за тражену вредност таласне дужине λ

$$\lambda = \frac{d}{z} \frac{l_z}{\sqrt{D^2 + l_z^2}} \quad (71,3)$$

Вредност за λ се, према томе, може одредити за било коју вредност z (сем $z=0$). Исто тако се вредност за λ може израчунати и различитим вредностима за D .

Поступак при мерењу. 1. Припремити апаратуру на основу шеме на сл. 71-1.

2. Упалити извор монохроматске светлости укључивањем прекидача за високонапонско напајање лампе. Уколико се не располаже монохроматском лампом, може се користити друга цев која даје подесан линијски спектар и из њега изабрати подесну линију.

3. Изабрати подесно растојање D решетке од прореза. Растојање D се чита на посебној скали која се налази испод држача решетке. Подешавање растојања D врши се обртањем посебног уређаја.

4. Упалити скала-лампу прекидачем који је означен на трансформатору. Постоји могућност да се осветљава и горњи и доњи део скале према томе који је начин подеснији за читавања растојања l на скали.

5. Одредити таласну дужин λ са зраком првог реда ($z=1$) и зраком другог реда ($z=2$).

6. Бирати и друга растојања D и вршити слична мерења.

7. Из свих добивених вредности за λ израчунати средњу вредност.

Напомена

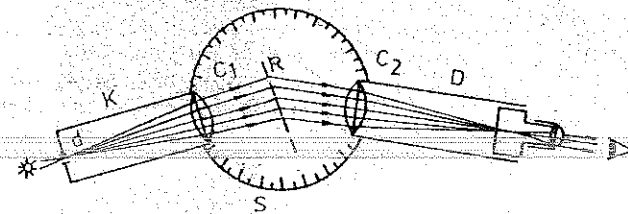
Гасна цев која служи као извор светлости не треба се држати стално укључена јер може доћи до прегревавања.

§ 72. ОДРЕЂИВАЊЕ ТАЛАСНЕ ДУЖИНЕ ПОМОЋУ ОПТИЧКЕ РЕШЕТКЕ FRAUNHOFEROVOM ДИФРАКЦИЈОМ

Из обрасца (70,1) може се одредити таласна дужина монохроматске светлости, ако се измери угао скретања θ и одреди ред скренутог зрака уз познати корак решетке d .

Монохроматска светлост садржи зраке само једне таласне дужине за разлику од беле светлости која садржи све таласне дужине у видљивом интервалу (360—780 nm). Монохроматска светлост се најједноставније добија из натријумове лампе чија светлост садржи само две врло блиске линије таласних дужина у жутом подручју, па се може сматрати приближно монохроматском. Пропуштањем беле светлости кроз разне филтре може се такође добити приближно монохроматска светлост разних боја, већ према томе који се филтер употребљује.

Апаратура. Цев K (колиматор) има на једном крају узани прорез, а на другом сабирно сочиво C_1 (сл. 72-1). Узани прорез се налази у жижи сочива тако да зраци, који се после проласка кроз зарез простиру дивергентно,



Сл. 72-1

иза сочива образују паралелни сноп. Управо на овај паралелни сноп зрака постављена је оптичка решетка R . С друге стране решетке налази се дурбин D са објективом C_2 , која може да се обрће око вертикалне осе која пролази кроз центар кружне скале S . Угао обртања дурбина може да се чита на кружној скали S . У окулару дурбина су постављене једна или две вертикалне кончанице.

Поступак при мерењу. Монохроматски извор светлости, или филтар, чија се таласна дужина мери, постави се испред колиматора односно испред узаног прореза. Узани прорез као и зарези на оптичкој решетки треба да стоје паралелно односно вертикално. Дурбин се постави приближно у исти правац са колиматором и посматрањем кроз њега уочи директни зрак који се у дурбину види као вертикална линија, односно то је лик узаног прореза на колиматору. Обртањем окулар дотера се оштрина овог лика.

VI. ОПТИКА

ГЕОМЕТРИЈСКА ОПТИКА

§ 67. ОДРЕЂИВАЊЕ ЖИЖНЕ ДАЉИНЕ СОЧИВА ИЗ РАСТОЈАЊА ПРЕДМЕТА И ЛИКА

За танко сочиво малог отвора важи приближна једначина

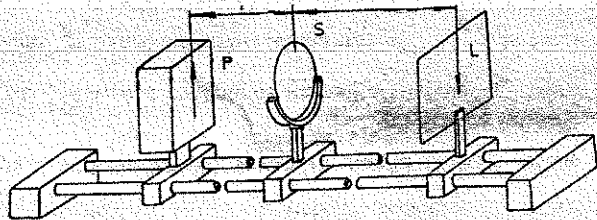
$$\frac{1}{p} + \frac{1}{l} = \frac{1}{f} \quad (67.1)$$

где су p — растојање предмета од центра сочива, l — растојање лика од сочива и f — жижна даљина сочива (в. *Физика II* § 167 и 170).

Мерењем p и l може се помоћу горње једначине одредити жижна даљина f сочива.

На овај се начин могу одређивати и жижне даљине комбинованих сочива.

Апаратура. На оптичкој клупи (сл. 67-1) постављени су светао предмет P , сочиво S и заклон L на стативима, који могу да се померају дуж шине оптичке клупе. Светао предмет је стрелица, прорезана на кутији у којој се



Сл. 67-1

налази сијалица. Растојања предмета и лика од сочива мере се лењиром или је пак на шини оптичке клупе постављена скала на којој се ова растојања могу да читају.

а. Директан метод

Поступак. Упали се сијалица у кутији и заклон постави на жељено растојање. Статив са сочивом се помера дуж клупе све док се на заклону не појави оштар и јасан лик светлог предмета (стрелица). За такав положај сочива измере се растојања p и l помоћу обрасца (67-1) израчуна жижна даљина f сочива. Промени се растојање између светлог предмета и заклона и поступак понови. Из 2—3 таква мерења узима се средња вредност за f .

На основу овако добивене средње вредности жижне даљине, израчунати оптичку моћ сочива

$$\omega = \frac{1}{f} \quad (67.2)$$

у диоптријама (ако се f изрази у метрима).

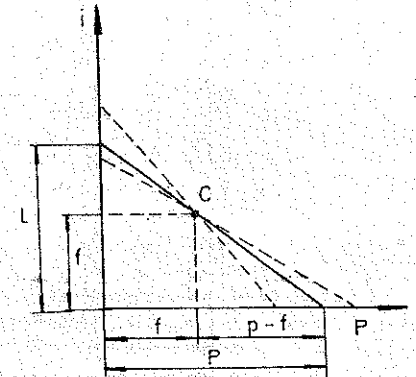
Да би се избегле дуге математичке операције, може се нумерична вредност жижне даљине одредити графичким путем. У том циљу се на једну осу графикона (сл. 67-2) наноси измерено растојање p , а на другу l , па се обе тачке споје правом. Свако мерење даје по једну овакву праву које се секу у заједничкој тачки C , чије су координате једнаке и представљају тражену бројну вредност жижне даљине f .

Из сл. 67-2 је

$$\frac{l}{p} = \frac{f}{p-f}$$

Довођењем на заједнички именитељ и дељењем једначине са plf добива се

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{l} = \frac{1}{f}$$



Сл. 67-2

што у погледу нумеричких вредности задовољава образац (67-1) за сочиво те се овим потврђује исправност оваквог графичког метода.

б. Besselov метод

За dato растојање l између предмета AB и његовог лика $A'B'$ постоје два места сочива при којима се на заклону добива реалан лик (сл. 67-3). У првом положају сочива (I) лик је увећан а у другом (II) умањен. Према условима преламања лик се може образовати у оба положаја сочива ако је $p_1 = l_{II}$ и $p_{II} = l_1$ (коњуговани положаји).

Ако је d растојање између I и II положаја сочива а D растојање предмета и лика онда важи

$$p_1 = \frac{D-d}{2}$$

и

$$l_1 = \frac{D+d}{2}$$

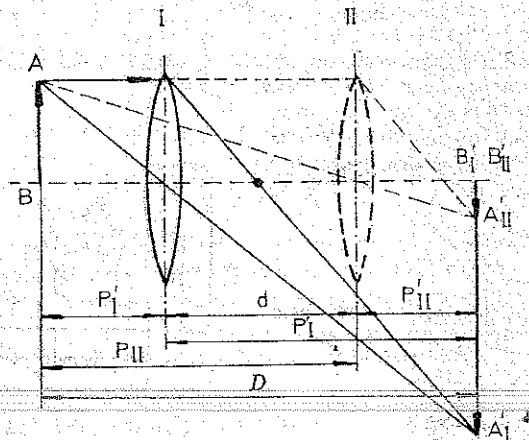
те се заменом у обрасцу (67,1) добива

$$\frac{2}{D-d} + \frac{2}{D+d} = \frac{1}{f} = \omega$$

одакле је

$$f = \frac{D^2 - d^2}{4D}$$

Жижна даљина f и оптичка моћ ω сочива се, дакле, могу израчунати ако се измере растојања D и d .



Сл. 67-3

Поступак при мерењу. Мерење се врши на истој оптичкој клупи представљеној на сл. 67-1. Измери се најпре растојање D између светлог предмета и заклона, а затим се померањем статива са сочивом пронађу оба положаја, при којима се на заклогу добива јасан лик предмета. Растојање d између оба положаја сочива се измери и одреди жижна даљина f по датом обрасцу. Поступак се понови 2—3 пута са различитим растојањем D и из свих резултата узме средња вредност за f .

Жижна даљина расипних сочива се не може директно измерити оваквим методима, јер не дају никад реалне ликове. Комбинацијом расипног сочива са сабирним могу се добити реални ликови ако је жижна даљина сабирног сочива мања од жижне даљине расипног. Из измерене еквивалентне жижне даљине f_e комбинованог сочива може да се одреди жижна даљина расипног сочива на следећи начин. Узме се сабирно сочиво мале жижне даљине и по једном методу одреди његова жижна даљина f_1 . Затим се поред сабирног

постави и расипно сочиво тако, да буду приљубљена једно уз друго. Измери се сада жижна даљина f_e таквог комбинованог сочива. Према обрасцу за комбинована сочива (в. *Физика II* § 179) важиће, с обзиром на то да је жижна даљина расипног сочива увек негативна

$$\frac{1}{f_e} = \frac{1}{f_1} - \frac{1}{f_2}$$

одавде је жижна даљина f_2 расипног сочива

$$f_2 = \frac{f_e f_1}{f_e - f_1}$$

да је одговарајућа оптичка моћ $\omega_2 = -\frac{1}{f_2}$.

§ 68. МИКРОСКОП

Микроскоп је оптички инструмент који служи за већа увећања лика врло малих објеката. Употреба микроскопа је тесно повезана са оком које такође игра улогу једног оптичког инструмента. Само у изузетним случајевима микроскоп има додатне уређаје за снимање или пројекцију. Зато увек треба имати на уму да микроскоп увек делује у заједници са оком. Због тога је целиходније рећи да микроскоп служи за већа повећања видног угла. Под видним углом се подразумева угао међу две праве које полазе од две међусобно најудаљеније тачке посматраног објекта а завршавају се у зеници ока.

У овом кратком прегледу рада микроскопа осврнућемо се само на неке главне физичке особине микроскопа, као мерног инструмента. Упознаћемо се са његовим основним елементима, који су уобичајени за све микроскопе.

Оптички систем микроскопа се састоји из објектива и окулара, који формирају оптичку осу микроскопа. Сваки за себе представља сложен оптички систем. Други оптички део микроскопа, који се састоји од извора светла, кондензатора, огледала и кондензатора, има улогу да обезбеди правилно и равномерно осветлење објеката које посматрамо микроскопом. Сто за посматрање, треба да обезбеди стабилан положај објеката које проучавамо. Бољи микроскопи имају могућност прецизног померања објеката у X—Y равни. Прецизност линеарног померања стола може да буде 0,01 mm.

На сл. 68-1 приказана је еквивалентна шема микроскопа. Она је веома упрошћена. Тако су објектив и окулар представљени само са по једним еквивалентним сабирним сочивом. Уз ова и остала упрошћена добивамо упрошћену слику кретања зрака кроз микроскоп. Жижне даљине, растојања ликова и предмета као и остале величине означене су на слици.

Линеарно увећање микроскопа (*Физика II* § 198) је

$$u = u_1 \cdot u_2$$

где је линеарно увећање објектива

$$u_1 = \frac{l_1}{P_1}$$

§ 82. АНАЛИЗА ПОЛАРИЗОВАНОСТИ СТИМУЛИСАНЕ СВЕТЛОСТИ He-Ne ЛАСЕРА

Електрични вектор обичне светлости осцилује у свим правцима управним на правац простирања светлости (Физика II § 228). Вектор поларизоване светлости је оријентисан у простору и осцилује само у једној равни. Раван управна на ову у којој светлост осцилује а у којој лежи правац простирања светлости зове се поларизациона раван. Сноп стимулисане светлости He-Ne ласера је обично поларизован. У овом задатку анализираћемо стимулисану светлост ласерског снопа у односу на његову поларизованост.

Да бисмо анализирали поларизовани ласерски сноп, користимо један полароид. То је танак прозачни слој који садржи велики број ситних кристала кинин-јодо-сулфата, а слепљен је између двеју стаклених плочица (в. Физика II § 230 б). Кристали у слоју међу стакленим плочицама су претходно оријентисани тако да оптичке осе свих малих кристала остану у једном правцу. Тај правац је уједно и оптичка оса целог полароида. Ако се кроз такав полароид упути поларизована светлост онда он пропушта само компоненту поларизоване светлости у правцу оптичке осе полароида. Нека је E_0 амплитуда електричног вектора поларизоване светлости пре пропуштања кроз полароид онда ће после проласка кроз полароид њена вредност бити

$$E_1 = E_0 \cos \theta \quad (82,1)$$

где је θ угао који заклапа правац оптичке осе полароида са равни у којој осцилује улазна поларизована светлост. Интензитет светлости је сразмеран квадрату амплитуде. Ако са I_0 означимо интензитет поларисане светлости пре проласка кроз полароид а после проласка са I онда ће важити

$$I = I_0 \cos^2 \theta \quad (82,2)$$

Ово је познати Malusov закон.

Ако поставимо полароид управно на правац ласерског снопа и обрћемо га око осе која пада у правац снопа онда ће се интензитет пропуштене светлости периодично мењати по Malusovom закону. Кад оптичка оса полароида лежи паралелно са равни у којој осцилује поларисана светлост (паралелни положај) онда ће пропуштени интензитет светлости бити максималан. При обртању полароида интензитет пропуштене светлости ће се смањивати док оптичка оса полароида не дође у управни положај (укрштени положај) када ће се пропуштена светлост угасити. При даљем обртању полароида интензитет пропуштене светлости расте до следећег паралелног положаја када опет постиже максимум итд. Овакав полароид са којим се врши анализа поларизоване светлости зове се и анализатор.

Malusov закон важи за потпуно (100%) поларизовану светлост. Међутим, некад поларизација може бити и делимична. За одређивање мере поларизације користи се tzv. степен поларизације π који је дефинисан на следећи начин

$$\pi = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} \cdot 100\% \quad (82,3)$$

где је I_{\max} максимални а I_{\min} минимални интензитет пропуштене светлости.

А п а р а т у р а се састоји од оптичке клупе на коју се постављају: He-Ne ласер, полароид, фотометар и застор. Полароид (анализатор) се помоћу статива поставља на оптичку клупу тако да ласерски сноп пролази кроз њега. Полароид се може обртати око осе која пада у правац ласерског снопа и снабдевен је лучном скалом на којој се могу читавати углови обртања θ .

Фотометар је описан у претходном параграфу. Фото-отпорник се помоћу статива поставља на оптичку клупу тако да ласерски сноп који прође кроз полароид пада на централни део отпорника. Статив је снабдевен микрометарским завртњем којим се може подешавати жељени положај фото-отпорника.

П о с т у п а к п р и м е р е њ у. *Претходна важна напомена.* Ласерски сноп стимулисане светлости не сме ниуком случају доспети директно у око јер може доћи до оштећења ока. Ласер укључивати тек када се сви објекти поставе на клупу. Важно је да застор буде постављен тако да ласерски сноп не може да оде даље. Ниуком случају не завиривати у објекте док је ласер укључен.

1. Пошто се сви објекти поставе исправно на оптичку клупу проверити да ли ласерски сноп пролази кроз центар полароида и да ли пада на централни део отпорника.

2. Обртати полароид и уочити положај максимума и минимума пропуштене светлости.

3. Отпорником R за регулисање струје кроз милиамперметар подесити тако да при максимуму интензитета ласерске светлости казалица милиамперметра стоји ближе крају скале. Отпорник за регулисање више не дирати до краја мерења.

4. За један положај полароида прочитати угао на лучној скали и одговарајући интензитет струје милиамперметра. Обрнути у одређеном смеру полароид за 10 до 20° и на исти начин прочитати угао и поделу на скали милиамперметра. Оваква мерења понављати све док се не опише са полароидом пун круг. Резултате мерења бележити у таблицу. Интензитет светлости на фотометру изражавати у поделама скале милиамперметра јер се ради само о релативним мерењима.

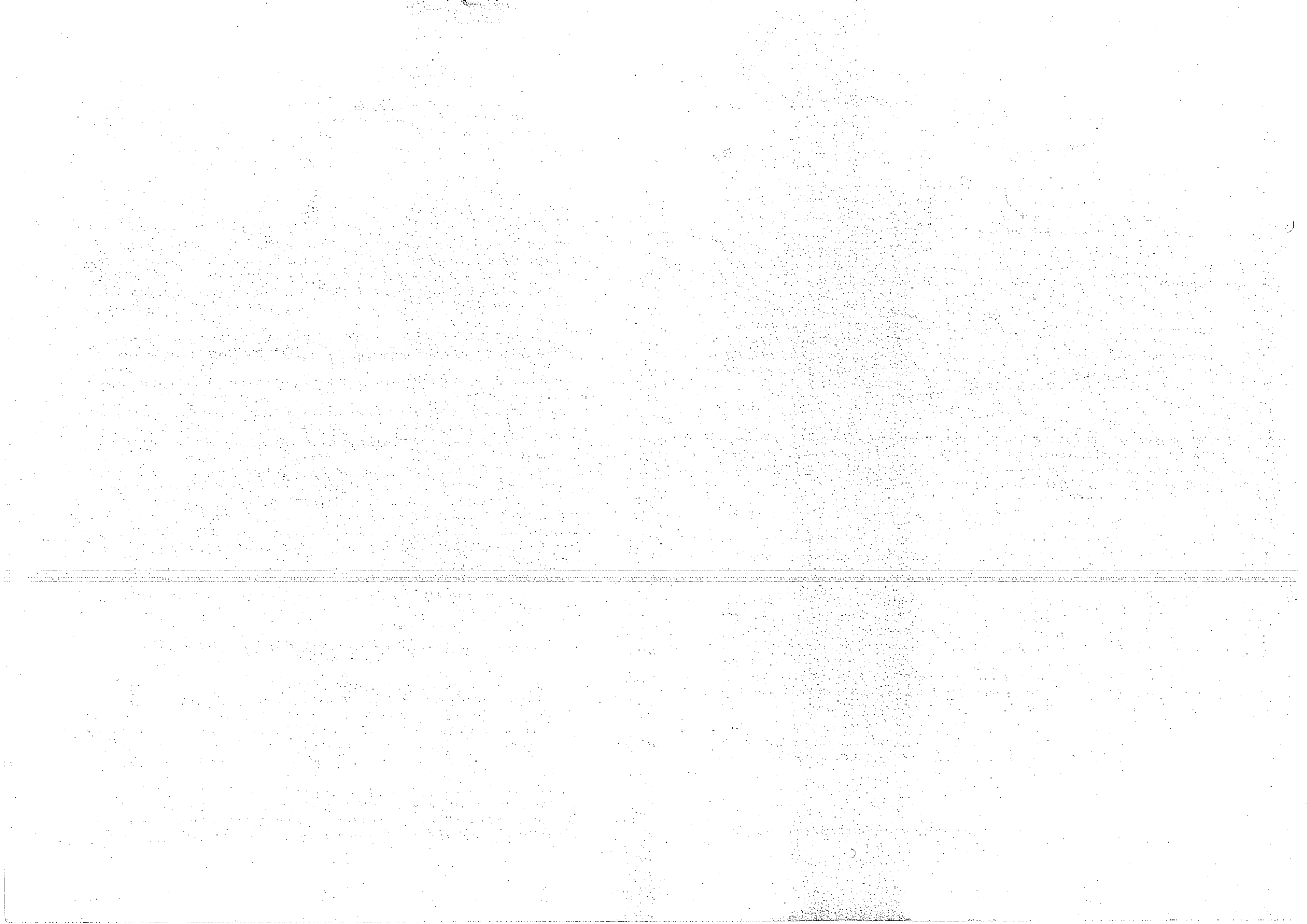
5. Начинити графикон $I=f(\theta)$.

6. Одредити положај равни светлосних осцилација и поларизациону раван ласерског снопа.

§ 83. ДИФРАКЦИЈА ЛАСЕРСКЕ СВЕТЛОСТИ НА ПАРАЛЕЛНИМ ПРОРЕЗИМА

У § 71. посматрали смо дифракцију обичне светлости на оптичкој решетки. Ово је била Fresnelova дифракција са дивергентним зрацима која, као што је тамо речено, даје слабе ефекте, а веома сложене да би се могли анализирати теоријом прихватљивог обима. Тада је речено и то да су ефекти дифракције са паралелним снопом светлости (Fraunhoferova дифракција) много боље изражени и могу се анализирати једноставнијом, ма да још увек сложеном теоријом.

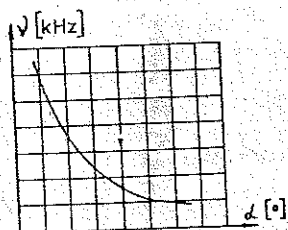
Ласерска светлост је паралелан и кохерентан сноп светлости па је веома повољан за анализу дифракције за коју није потребан колиматор. Кад се овоме дода и чињеница да је ласерска светлост и строго монохроматична онда и са те стране стимулисана светлост има велики значај у анализи појаве дифракције.



приказани су карактеристични случајеви простих Lissajousovih фигура које се добивају на закљону катодне цеви, ако су примењени напони синусног облика истих фреквенција и датих фазних разлика.

Сложене Lissajousove фигуре настају када примењени напони немају исте фреквенције. Њихова математичка интерпретација је доста сложена.

На основу изложеног извршити мерење фреквенције генератора звучних фреквенција, чија је скала за промену фреквенције калибрисана у угаоним степенима. Напон из овог генератора треба прикључити на У-улаз катодног осцилографа, а на Х-улаз довести напон из другог генератора напона звучних фреквенција, чија је скала калибрисана по фреквенцији у kHz. Померајући скалу првог генератора за сваких 30°, прецизним померањем ручице другог генератора за промену фреквенције наћи такав осцилограм који представља једну од простих Lissajousovih фигура — праву, круг или елипсу (најчешће се добија елипса). Тада су фреквенције оба генератора исте. При овом мерењу водити рачуна да појачање у вертикалном и хоризонталном правцу буде исто, тј. да добивена слика буде уписана у квадрату. На основу добивених мерења образovati таблицу и нацртати дијаграм, као на сл. 89-10.



Сл. 89-10

Таблица 89-II

α	ν
[°]	[kHz]

§ 90. ОДРЕЂИВАЊЕ КОЕФИЦИЈЕНТА АПСОРПЦИЈЕ γ -ЗРАКА ПОМОЋУ БРОЈАЧА

Када снап зрака пролази кроз материју, њихов интензитет опада услед апсорпције. При апсорпцији γ -зрака дешавају се различити ефекти, али је сам процес апсорпције увек резултат међусобног дејства између γ -кванта и атома. Један γ -квант може да прође непромењен кроз материју али увек постоји већа или мања вероватноћа да ступи у интеракцију са неким атомом и да при томе буде апсорбован. При апсорпцији снопа γ -зрака се, према томе, смањује број γ -кванта док њихова енергија остаје непромењена. Вероватноћа апсорпције γ -кванта је сразмерна дебелини слоја x а коефицијент пропорционалности се зове коефицијент апсорпције и бележи се са μ . Ако се са J обележи интензитет зрачења онда ће он при проласку кроз слој материје Δx да опадне за ΔJ , односно

$$\Delta J = -J \mu \Delta x$$

или у диференцијалном облику

$$\frac{dJ}{J} = -\mu dx$$

те се интегрисањем добива закон апсорпције. Ако се са J_0 означи почетни интензитет зрачења, закон добива облик

$$\frac{J}{J_0} = e^{-\mu x}$$

тј.

$$J = J_0 e^{-\mu x} \quad (90,1)$$

где је J_0 — интензитет зрачења γ -зрака (исте таласне дужине) испред апсорпционог слоја дебелине x , J — иза слоја а μ — коефицијент апсорпције датог материјала за те γ -зраке.

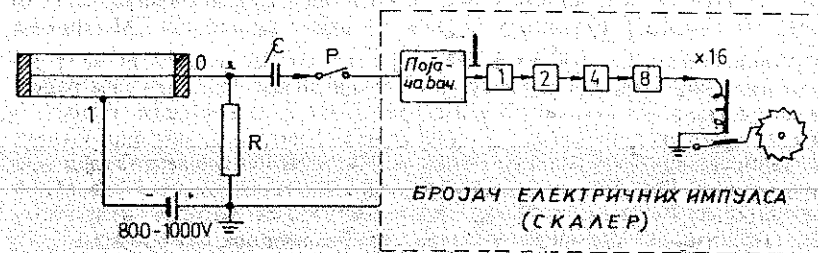
Овај закон важи за γ -зраке исте таласне дужине. Вредност коефицијента μ се мења са таласном дужином γ -зрака. Ако се снап γ -зрака састоји из више таласних дужина онда за сваку компоненту зрачења једне таласне дужине важи закон (90,1).

У практичном погледу је подесније да се место дебелине слоја x кроз који пролазе γ зраци уведе маса u г на cm^2 . У том случаје се уводи масени коефицијент апсорпције μ/ρ где је ρ — густина апсорпционог слоја. При изражавању апсорпције γ -зрака је некад подесно увећање дебелине слоја D кроз који интензитет зрачења опадне на половину, тј.

$$\frac{J}{J_0} = e^{-\mu D} = \frac{1}{2}$$

Коефицијент апсорпције μ може да се одреди из закона (90,1) ако се измери интензитет зрачења J пре и после проласка кроз слој материје дебелине x .

Интензитет γ -зрачења може да се мери Geiger-Müllerovim (ГМ) бројачем који је у стању да региструје интеракцију једног γ -кванта са атомима у бројачу. Целокупан уређај оваквог бројача је представљен на сл. 90-1.



Сл 90-1

Метални цилиндар А затворен је херметички са оба краја изолаторима између којих је разапета танка метална жица О тако да се поклапа са осом цилиндра. Цилиндар је напуњен гасом, обично под притиском мањим од атмосферског (око 10 cm Hg). Метални цилиндар и жица О везани су преко великог отпора R за извор високог напона (800—1000 V). Тиме се између централне жице и металног цилиндра образује електрично поље.

Напон се бира тако високо да је поље у цилиндру довољно да би се у гасу могао да јави ефект ударне јонизације. Ударна јонизација наступа онда када јон у слободном простору између молекула стекне под дејством поља довољну брзину да може својим ударом да растави на јоне неутрални молекул са којим се судари.

Ако γ -зраци пролазе кроз овакав бројач један број γ -кванта ће ступити у интеракцију са атомима гаса у бројачу. При свакој интеракцији образује се извесан број јона. Овај примарни број јона ће се наћи сада у електричном пољу те ће се од њих, у врло кратком времену образовати, путем ударне јонизације, огроман број јона, читава јонска лавина. Овим ће у бројачу настати прањњење, а у коду бројача потећи електрична струја. Отпор R има врло велику вредност (1—1 000 М Ω), те ће се на његовим крајевима јавити велики омски пад напона, што пак даље проузрокује пад напона између цилиндра и жице у бројачу. Овим ће опасности и поље у бројачу, те неће више бити у стању да одржава ефект ударне јонизације. Тиме ће и прањњење престати односно бројач ће се „угасити“. По прекиду струје успоставља се одмах првобитно електрично поље у цилиндру и бројач је опет спреман да при следећој интеракцији опет наступи ударна јонизација. При појави прањњења у цилиндру, потенцијал тачке O опадне, да би се при „гашењу“ бројач поново вратио на почетну вредност. Цео овај процес се дешава врло брзо (10^{-3} — 10^{-6} s), што значи да ће се при уласку честице у бројач јавити у тачки O електрични импулс. Варијација напона тачке O при сваком импулсу износи неколико волта те се може пренети помоћу малог кондензатора C на електронски појачавач који овај импулс појача до потребне мере, да би се могао поуздано регистровати у електронском бројачу електричних импулса. На овај начин свака интеракција γ -кванта у ГМ бројачу се региструје као цео број.

Према законима вероватноће број регистрованих импулса у датом интервалу времена биће пропорционалан укупном броју γ -кванта који су прошли кроз ГМ бројач, тј. биће пропорционалан интензитету зрачења J . По истеку датог интервала, индикаторски делови бројача електричних импулса показују укупан број импулса који је за то време дошао из ГМ бројача.

Сваки бројач показује извесан број откуцаја (импулса који се региструју) иако није изложен зрачењу. Ови удари долазе услед зрачења радиоактивних елемената, који се у малим примесама налазе у свим телима, а затим од космичког зрачења и других узрока. Употребом оловних оклопа може се број ових откуцаја само смањити, а никако отклонити. Услед тога се при мерењу ГМ бројачем најпре одреди овај спонтани број удара z_0 у неком интервалу времена t . Затим се бројач изложи зрачењу и у истом интервалу t изброји укупни број откуцаја z . Разлика ова два броја $z - z_0$ представља број откуцаја изазван зрачењем. Овај број z биће сразмеран интензитету γ зрачења, односно $J = kz$. Оваквим мерењем се према томе не одређује интензитет зрачења већ само величина z која је овоме пропорционална. Помоћу броја z може да се нађе однос интензитета зрачења. Ако су под istim околностима за два интензитета зрачења J_1 и J_2 добијени бројеви z_1 и z_2 онда је $J_1 = kz_1$ и $J_2 = kz_2$, те је

$$\frac{J_1}{J_2} = \frac{z_1}{z_2} \quad (90,2)$$

Нека је извор γ -зрака постављен на неком растојању од бројача и даје одређен број откуцаја z_0 који је сразмеран интензитету J_0 . Не мењајући положај бројача и извора може се између ових уметнути плоча од материјала чији се коефицијент апсорпције тражи. Услед проласка кроз плочу интензитет зрачења ће опасти на вредност J за коју ће се добити број удара z . Према обрасцима (90,1) и (90,2) добија се

$$\frac{z}{z_0} = e^{-\mu x} \quad (90,3)$$

одакле може да се одреди μ ако је дебелина слоја x позната. Логаритмовањем једначине (90,2) добија се

$$\ln z - \ln z_0 = -\mu x \quad (90,4)$$

или

$$\lg z - \lg z_0 = -\mu x \lg e.$$

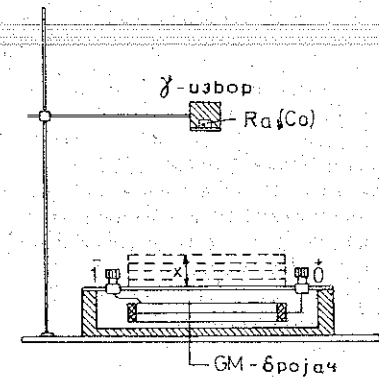
Обрасци (90,3) и (90,4) представљају линеарне законе ($y = ax + b$) за једну таласну дужину γ -зрака.

При мерењу бројачем не треба заборавити да је добивени број удара резултат вероватноће и да ће увек постојати мање или веће варијације броја z при узастопном мерењу истог интензитета J . Зато се увек врши више узастопних мерења под istim околностима и узима средња вредност. Сем тога је ГМ бројач у току трајања једног откуцаја неспособан да прими следећи откуцај. Зато откуцај који следи у интервалу времена, који је краћи од времена трајања откуцаја, неће бити регистрован. Код бројача се стога увек јављају мање или веће грешке услед поменутих фактора. Ове грешке се могу одредити рачуном вероватноће.

При мерењу ГМ бројачем, број откуцаја се обично своди на 1 минут. Ово се постиже дељењем укупног броја откуцаја, који показује бројач електричних импулса, са интервалом времена израженим у минутима (који се узима да је цео број), који пак показује хронометар. Овим се ни мало не мења изложен принцип рада и важност датих образаца. Мерење на тај начин није везано са једним или istim интервалом времена, па је то практичније.

Апаратура. ГМ бројач је смештен у оловно кућиште приказано на сл. 90-2, на чијем се горњем делу налази отвор за несметан пролазак γ -зрака из извора. Преко спољњих прикључака се бројач везује на високи напон и појачавач, тј. бројач електричних импулса насталих у њему.

Изнад средишта отвора се поставља радиоактиван извор (Ra или Co) на растојању 10—30 cm. На отвору кућишта, тј. између ГМ бројача и γ -извора, постављају се оловне плочице, чији коефицијент апсорпције се одређује. За мерење времена служи хронометар, а за мерење дебелине појединих плочица ножијус.



Поступак при мерењу. Најпре се уређај прикључи на мрежу укључивањем прекидача на извору високог напона и бројачу електричних импулса, при чему треба мало сачекати да се уређај загреје.

Мерење броја откуцаја (импулса) који дођу из ГМ бројача у бројач електричних импулса се врши на следећи начин. Најпре се искључи прекидач Р са сл. 90-1 и притисне дугме „враћање на нулу“ чиме се сви бројачки елементи у бројачу електричних импулса доведу у почетно стање. При овом треба забележити број на механичком бројачу n_1 , који региструје сваки 16. импулс (откуцај) који дође у овај бројач. При овоме је довољно забележити само последње две цифре. Затим се истовремено укључи прекидач Р (једном руком) и хронометар (другом руком). После истеклог времена t (1—5 min), искључи се прекидач Р и забележи стање на механичком бројачу n_2 . Број регистрованих импулса у бројачу електричних импулса се добива на тај начин што се разлика $n_2 - n_1$ помножи са 16 и томе дода збир бројева који се налазе испред упалених лампи, при чему се добије укупан број регистрованих импулса Z . Дељењем овог броја са временом мерења t у минутима, добива се број откуцаја — импулса у минути z .

Ефективно мерење почиње мерењем спонтаног броја откуцаја z_s , удаљавањем радиоактивног извора од ГМ бројача, кад се резултати мерења уносе у таблицу 90-1, при чему је потребно извршити најмање 2—3 мерења

Таблица 90-1

Број мерења	n_1	n_2	t min	Збир цифара испред упалених сијалица	$(n_2 - n_1) \times 16$	Укупан број импулса $Z_s = (4) + (5)$	$z_s = \frac{Z_s}{t}$ имп./мин
	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
1							
2							
3							
Средња вредност \bar{z}_s							

у трајању од 4 или 5 минута (због малог интензитета зрачења). На основу ових података израчунава се средња вредност z коју треба заокружити на цео број. Овде се подразумева да се ниједна плочица од олова не налази изнад ГМ бројача.

Сада се на статов постави радиоактивни извор, који је такође смештен у оловно кућиште, које је с једне стране отворено. Извор је потребан тако поставити да се овај отвор налази наспрам средине ГМ бројача, а на висини од 10—30 cm од њега. Сада се исти поступак мерења понови и то за случај када се испред ГМ бројача не налази ни једна оловна плочица ($x=0$), затим се стављају једна по једна плочица, после сваке промене броја плочица се измери број откуцаја (импулса) који се региструју у бројачу електричних импулса на већ описани начин. Како је број ових откуцаја у минути већи, то

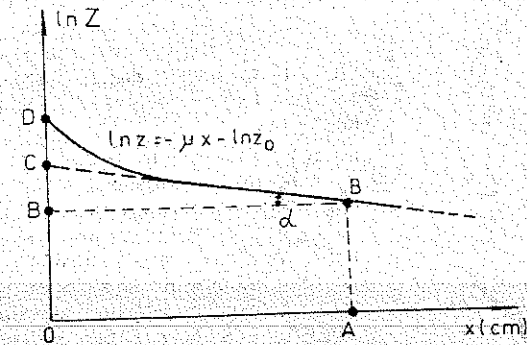
се интервал мерења t може смањити на 1 или 2 минута. Резултате мерења треба унети у таблицу 90-II, на основу које се нацрта графикон приказан на сл. 90-3.

Таблица 90-II

Број плочица	x (mm)	\bar{z}_s (имп/мин)	z_t (имп/мин)	$z = z_t - z_s$ (имп/мин)	$\ln z^*$
0					
1					
2					
.					
.					
.					
10					

На ординатну осу се могу нанети природни или декадни логаритми броја откуцаја z , који одговарају појединим дебелинама апсорционог слоја олова x .

Радиоактивна тела дају обично γ -зрачење различитих таласних дужина, те се у том случају на графикону наће добити права. Међутим, компоненте зрачења веће таласне дужине (мање енергије) брзо се апсорбују већ у првим



Сл. 90-3

слојевима, тако да крива постепено прелази у праву, јер она на овом делу остаје само компонента зрачења са најмањом таласном дужином, која се најмање апсорбује, тј. за коју је коефицијент апсорпције најмањи. Ако се задњи део добивене криве продужи, добива се права BC, која одговара закону (90-1), тј. за случај када би се зрачење састојало само од компоненте зрачења са најмањом таласном дужином. Ордината OC даје број откуцаја z_0 , који према томе, одговара интензитету зрачења γ -зрака нај-

* $\ln z = 2,3026 \lg z \sim 2,3 \lg z$

мање таласне дужине испред апсорпционог слоја, тј. за $x=0$. Треба нагласити да ордината OD одговара измереном укупном зрачењу (свих таласних дужина) за $x=0$, да се до потребне величине OC долази посредно, преко дијаграма на претходни начин. Ордината OB тј AB одговара интензитету зрачења који прође кроз слој дебљине $x=OA$. Са вредностима $\ln z_0 = OC$, $\ln z = OB$ и $x = OA$ добивеним на овај начин, израчуна се коефицијент апсорпције према (90,5),

$$\mu = \frac{\ln z_0 - \ln z}{x} = \frac{OC - OB}{OA} = \frac{CB}{OA}$$

који ће се добити у 1 cm ако се x изрази у cm .

Са добивеном вредношћу може се лако израчунати масени коефицијент апсорпције γ/ρ као и величина D за дати материјал — обично слово.

Продужавањем праве $\ln z = f(x)$ са сл. 90-4 до пресека са x -осом, може се добити дебљина апсорпционог слоја X који би скоро потпуно апсорбовао γ -зрачење најмање таласне дужине датог извора. Лако је добити ову величину знајући да је $\mu = \text{tg } \alpha$, где је угао α приказан на поменутој слици, па је ова дужина

$$X = \frac{OC}{\mu}$$

Скалер је електронски уређај за бројење електричних импулса. Како ради практично без инерције, услед примене електронских цеви или транзистора, то је он у стању да региструје електричне импулсе који следе у врло малим временским интервалима реда 10^{-6} s и мање. Механички уређаји ове врсте, због велике инерције која се не може избећи, немају ове особине, пошто они када региструју један импулс нису у стању да поново реагују релативно дуго време. Ово време код њих износи око $0,1 \text{ s}$, што, међутим, у мањој мери зависи и од конструкције.

Из економских разлога се обично конструишу скалери са електронским и механичким деловима, тако да извршан број цифара региструју електронски делови скалера, док се остале цифре одбројавају механичким бројачима, који у овој функцији, могу да задовоље. Код бинарног типа скалера на сваки 1, 2, 4, 8, ... импулс пали се гасна лампа помоћу електронских уређаја, тако да број испред упалене лампе показује број регистрованих импулса. При овоме сваки 16. импулс покреће цифраник механичког бројача за један. На овај начин када један импулс дође у скалер (под претпоставком да су све лампе биле угашене) упалиће се лампа иза броја 1; ако дође још један импулс, тада ће се угасити прва лампа и упалити лампа иза броја 2; ако дође трећи импулс тада ће се упалити и лампа иза броја 1 ($1+2=3$), док ће четврти импулс упалити лампу иза броја 4, при чему ће се претходне лампе угасити итд. Ово значи да збир бројева испред упалених гасних лампи одговара укупном броју регистрованих импулса за време укључења прекидача P са сл. 90-1. Притиском на дугме „враћање на нулу“ све ове сијалице се гасе, и скалер је спреман за поново одбројавање.

Укупан број импулса Z избројаних за време t са скалером чији механички бројач региструје сваки 16. импулс, добива се на следећи начин. Нека, нпр., после искључења прекидача P (који је био укључен $t=2 \text{ min}$)

остану упалене лампе иза бројева 1, 4 и 8, док је на механичком броју настала разлика бројева $n_2 - n_1 = 7$, тада је укупан број импулса

$$Z = 1 + 4 + 8 + 7 \cdot 16 = 125 \text{ импулса}$$

па је за један минут одбројано

$$z = \frac{Z}{t} = \frac{125}{2} = 62,5 \text{ имп./min}$$

Подесном комбинацијом електронских цеви конструишу се и декадни скалери. Гасне сигналне сијалице су означене цифрама од 1 до 9. Када после цифре 9 дође следећи импулс пали се цифра 1 следеће декаде, а на првој почиње бројање опет испочетка, тј. од 1. Тако се може ставити више декада. Када се и последња декада испуни настаје покретање механичког бројача а цео процес понавља. Некада се конструишу декаде помоћу катодног зрака (декатрони). Свака катодна мала цев има једну декаду, тј. цифре од 1 до 9. Сваки импулс помера катодни зрак на следећу цифру. После цифре 9 покреће се за једну цифру млаз на следећем декатрону, односно на следећој декади. Када се испуни и последња декада покреће се механички бројач.

На овај начин се број регистрованих импулса декадним скалером добива непосредним читањем броја јединица, десетица, хиљада, итд., што свакако олакшава његову примену.

У последње време граде се и врло брзи скалери који на описани начин могу да изброје и до 10^{10} импулса у секунду.

Напомена

За време једног мерења треба pazити да се узајамни положај извора γ -зрачења и бројача ниуколико не мења.